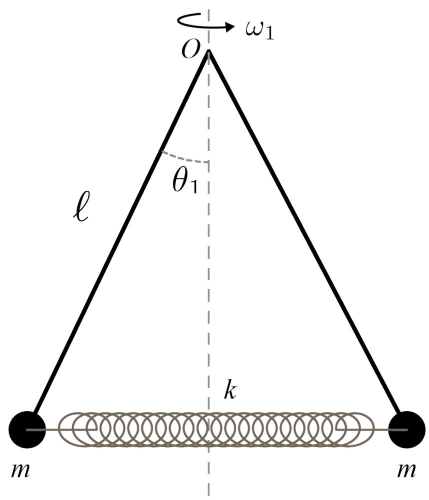
Problemi di Fisica per l'ammissione alla Scuola Galileiana 2017-2018

Problema 1.

Due sferette puntiformi, entrambe di massa m, sono vincolate a due sbarrette rigide di massa trascurabile, lunghe ℓ incernierate ad un punto fisso O, attorno al quale possono ruotare senza attriti mantenendosi tra loro complanari. Le due masse sono unite da una molla ideale di lunghezza a riposo x_0. Le due sfere ruotano attorno all'asse verticale passante per O percorrendo una traiettoria circolare, con velocità angolare costante ω_1 e con le sbarrette che formano entrambe un angolo θ_1 con la verticale (vedi figura).



(a) Determinare la costante elastica k della molla.

Si agisce quindi dall'esterno, fornendo un lavoro W, fino a portare il sistema su di una nuova traiettoria stabile, dove le sbarrette sono sempre simmetriche rispetto alla direzione verticale con la quale formano un angolo θ_2.

(b) Determinare la velocità angolare ω_2 in questo nuovo stato del sistema.

(c) Calcolare il lavoro W che è stato necessario fornire al sistema per portarlo nel nuovo stato (cioè da θ_1 a θ_2).

Soluzione 1.

Per ogni massa, lungo la direzione verticale si ha:

$$T_1 \cos\theta_1 = mg \tag{1}$$

mentre nella direzione normale alla traiettoria circolare:

$$k(2\ell \sin\theta_1 - x_0) + T_1 \sin\theta_1 = m\omega_1^2 \ell \sin\theta_1 \tag{2}$$

Essendo $\Delta x = (2\ell \sin\theta_1 - x_0)$ l'allungamento della molla rispetto pari alla sua lunghezza a riposo x_0. Risolvendo il sistema di equazioni (1) e (2) rispetto a k si ottiene la costante elastica della molla in funzione dei dati del problema:

$$k = \frac{m\omega^2 \ell \sin\theta_1 - mg \tan\theta_1}{2\ell \sin\theta_1 - x_0}$$

Nel nuovo stato a θ_2 si ha:

$$T_2 \cos\theta_2 = mg$$

e

$$k(2\ell \sin\theta_2 - x_0) + T_2 \sin\theta_2 = m\omega_2^2 \ell \sin\theta_2$$

da cui:

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{k(2\ell \sin\theta_2 - x_0) + T_2 \sin\theta_2}{m\ell \sin\theta_2}}$$

Il lavoro fornito al sistema porta ad una variazione dell'energia cinetica delle masse in rotazione, dell'energia potenziale della forza peso, e dell'energia potenziale elastica. Pertanto:

$$W = \Delta E_k + \Delta E_{p_{el}} + \Delta E_{p_g}$$

dove:

$$\begin{aligned}
\Delta E_k &= m\omega_2^2 \ell^2 \sin^2\theta_2 - m\omega_1^2 \ell^2 \sin^2\theta_1 \\
\Delta E_{p_{el}} &= \frac{1}{2}k\,(2\ell \sin\theta_2 - x_0)^2 - \frac{1}{2}k\,(2\ell \sin\theta_1 - x_0)^2 \\
\Delta E_{p_g} &= 2mg\ell(1 - \cos\theta_2) - 2mg\ell(1 - \cos\theta_1)
\end{aligned}$$

Problema 2.

Uno sbarra omogenea di estremi A e B, lunghezza $\ell = \overline{AB} = 3\,\mathrm{m}$ e massa $M = 1\,\mathrm{kg}$ poggia su un piano orizzontale senza attrito e ad una parete verticale anch'essa senza attrito. Partendo da ferma e da posizione verticale, la sbarra comincia a scivolare lungo la parete, cosicché la sua estremità inferiore B si allontana dalla parete e l'estremità superiore A scende lungo la parete.

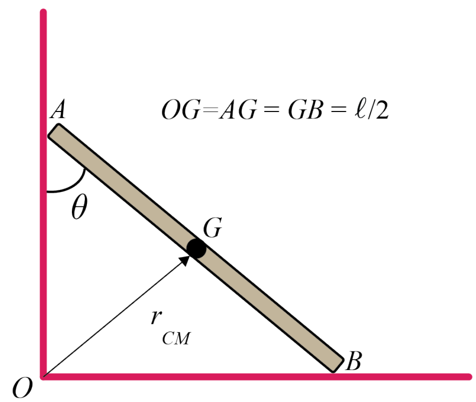
(a) L'estremità superiore A della sbarra perde contatto con la parete prima di raggiungere il suolo. A quale altezza dal suolo questo avviene?

(b) Qual è la componente orizzontale della velocità del centro di massa della sbarra nel momento del distacco?

[Si ricordi che il momento di inerzia di una sbarra è $I = \frac{1}{12} M\,\ell^2$. Si approssimi l'accelerazione di gravità con $g \approx 10\,\mathrm{m/s^2}$.]

Soluzione 2.

(a) Finché la sbarra è in contatto con la parete, la distanza tra il suo centro ed il punto di intersezione tra la parete ed il suolo è costante e pari a $\ell/2$. Il moto del centro di massa della sbarra è dunque circolare.



Ne segue che, se $\theta(t)$ è l'angolo tra sbarra e parete all'istante t, il modulo della velocità del centro di massa vale $v = \ell\,\dot\theta/2$. Possiamo determinare $\dot\theta$ usando la conservazione dell'energia meccanica:

$$Mg\,\frac{\ell}{2}(1-\cos\theta) = \frac{M}{2}\left(\frac{\ell}{2}\,\dot\theta\right)^2 + \frac{I}{2}\,\dot\theta^2\,;$$

il primo membro calcola la caduta di potenziale della sbarra ed il secondo membro la sua energia cinetica totale. Utilizzando $I = M\,\ell^2/12$ si trova

$$\dot\theta = \sqrt{\frac{3g}{\ell}}\,\sqrt{1-\cos\theta}\,.$$

Al punto di distacco la reazione vincolare tra sbarra e parete si annulla; essendo questa reazione vincolare l'unica forza che agisce sulla sbarra in direzione orizzontale, il punto di distacco è caratterizzato dal fatto che la componente orizzontale dell'accelerazione a_x si annulla. La componente orizzontale della velocità è data da

$$v_x = \frac{\ell}{2}\,\dot\theta\,\cos\theta = \frac{1}{2}\,\sqrt{3g\ell}\,\sqrt{1-\cos\theta}\,\cos\theta$$

e dunque

$$a_x = \frac{1}{2}\,\sqrt{3g\ell}\,\frac{d}{d\theta}(\sqrt{1-\cos\theta}\,\cos\theta)\,\dot\theta = \frac{1}{2}\,\sqrt{3g\ell}\,\frac{(3\,\cos\theta-2)\,\sin\theta}{\sqrt{1-\cos\theta}}\,\dot\theta\,,$$

che si annulla per $\cos\theta = \cos\theta^{(d)} = 2/3$ (oltre che per $\theta = 0$, che non rappresenta ovviamente il punto di distacco ma la configurazione iniziale). L'altezza $h^{(d)}$ dell'estremo superiore della sbarra al punto di distacco è dunque

$$h^{(d)} = \ell \, \cos\theta^{(d)} = \frac{2}{3}\,\ell = 2\,m\,.$$

(b) Valutando la formula per v_x ricavata sopra per $\cos\theta = 2/3$ si ottiene immediatamente

$$v_x^{(d)} = \frac{\sqrt{g\,\ell}}{3} \approx \frac{\sqrt{30}}{3}\,\mathrm{m/s} \approx 1.8\,\mathrm{m/s}\,.$$

Problema 3.

Un solenoide di raggio R e lunghezza molto maggiore del raggio ha n spire per unità di lunghezza ed è percorso dalla corrente costante I_0 che scorre in senso antiorario. Due cilindri di materiale isolante sono coassiali con il solenoide e sono liberi di ruotare senza attrito attorno al loro asse. Uno dei due cilindri è interno al solenoide, ha raggio $a < R$ e la sua superficie è uniformemente carica con carica totale $Q > 0$. L'altro cilindro, esterno al solenoide, ha raggio $b > R$ e carica totale $-Q$, anch'essa distribuita uniformemente sulla superficie. I momenti d'inerzia del cilindro interno ed esterno rispetto all'asse sono I_a e I_b rispettivamente.

All'istante $t = 0$ la corrente del solenoide viene gradualmente diminuita, secondo la legge oraria $I(t) = I_0 - \alpha\, t$, con $\alpha > 0$ costante. Si assuma che il processo sia sufficientemente lento da poter trascurare gli effetti relativistici e sia dunque possibile approssimare il campo magnetico del solenoide istante per istante con l'espressione valida per correnti costanti. Si assuma inoltre che le cariche sui cilindri isolanti siano sufficientemente piccole da poter trascurare tutti gli effetti non lineari in Q.

(a) Se a $t = 0$ i cilindri dielettrici sono fermi, determinare le loro velocità angolari a un generico istante $t > 0$.

(b) All'istante $t_{\text{fin}} = I_0/\alpha$ la corrente nel solenoide si è ridotta a zero. Verificate che il momento angolare si conserva nel processo da $t = 0$ a $t = t_{\text{fin}}$. Si ricordi che il campo elettromagnetico ha una densità di quantità di moto pari a $\epsilon_0\, \mu_0\, \vec{S}$ dove $\vec{S} = \mu_0^{-1}\, \vec{E} \times \vec{B}$ è il vettore di Poynting, ϵ_0 è la costante dielettrica nel vuoto e μ_0 la permeabilità magnetica nel vuoto.

Soluzione 3.

(a) Quando la corrente del solenoide diminuisce si genera un campo elettrico che agisce sulle cariche dei cilindri conduttori e li mette in rotazione. Per la simmetria cilindrica del problema il campo elettrico è diretto lungo i cerchi concentrici all'asse centrale del solenoide e, secondo la legge di Lenz, il verso del campo elettrico è tale da metter in rotazione le cariche positive in senso anti-orario, in modo che il campo magnetico prodotto dalle cariche in rotazione si opponga alla diminuzione del flusso del campo generato dal solenoide. Il modulo del campo elettrico $E(r)$ ad una distanza r dall'asse segue dalla legge di Faraday: se $r = a < R$ si ha

$$2\pi a\, E(a) = -\frac{d\Phi}{dt} = -\pi a^2 \frac{dB}{dt} = -\pi a^2\, \mu_0 n\, \frac{dI}{dt} = \pi a^2\, \mu_0 n\, \alpha \quad \Rightarrow \quad E(a) = \frac{1}{2}\, a\, \mu_0 n\, \alpha\,;$$

se $r = b > R$ si ha

$$2\pi b\, E(b) = -\frac{d\Phi}{dt} = -\pi R^2 \frac{dB}{dt} = -\pi R^2\, \mu_0 n\, \frac{dI}{dt} = \pi R^2\, \mu_0 n\, \alpha \quad \Rightarrow \quad E(b) = \frac{R^2}{2b}\, \mu_0 n\, \alpha\,.$$

Sul cilindro di raggio a agisce dunque una forza di momento $a\, Q\, E(a)$ e la velocità angolare ω_a del cilindro varia come

$$a\, Q\, E(a) = \frac{1}{2}\, a^2\, Q\, \mu_0 n\, \alpha = I_a \frac{d\omega_a}{dt} \quad \Rightarrow \quad \omega_a(t) = \frac{1}{2I_a}\, a^2\, Q\, \mu_0 n\, \alpha\, t\,.$$

Analogamente per la velocità angolare ω_b del cilindro di raggio b si trova

$$-b\, Q\, E(a) = -\frac{1}{2}\, R^2\, Q\, \mu_0 n\, \alpha = I_b \frac{d\omega_b}{dt} \quad \Rightarrow \quad \omega_b(t) = -\frac{1}{2I_b}\, R^2\, Q\, \mu_0 n\, \alpha\, t\,.$$

Le velocità angolari si intendono positive se il verso di rotazione è antiorario. Si noti che nel calcolo di Φ si è trascurato il contributo del campo magnetico generato dai cilindri rotanti, poiché contribuisce al risultato finale con termini di ordine Q^2.

(b) Poiché il campo elettromagnetico possiede una quantità di moto, possiede anche un momento angolare, la cui densità è data da $\epsilon_0\, \mu_0\, \vec{r} \times \vec{S}$. Il momento angolare iniziale del campo è non nulla, poiché sono non nulli sia il campo magnetico che il campo elettrico, mentre a $t = t_{\rm fin}$ il campo magnetico del solenoide si è annullato e con esso anche il momento angolare del campo (esiste un campo magnetico prodotto dai cilindri rotanti, ma è un effetto di ordine superiore in Q e dunque trascurabile nelle nostre ipotesi) . Per la legge di conservazione del momento angolare, il momento angolare del campo deve dunque essersi trasferito interamente ai cilindri. Verifichiamo quantitativamente questa affermazione. A $t = 0$ c'è un campo magnetico $B = \mu_0 n I_0$ nella regione $r < R$. La carica sui cilindri genera un campo elettrico E, diretto radialmente verso l'esterno, nelle regione compresa tra essi ($a < r < b$); il campo si calcola facilmente utilizzando il teorema di Gauss:

$$2\pi r\, L\, E = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad \Rightarrow \quad E = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 L}\frac{1}{r}\,,$$

dove L è la lunghezza dei cilindri. Il campo elettrico indotto dalla variazione di $\vec{B}$ non contribuisce al momento angolare perché è ortogonale a $\vec{r}$. Dunque nella regione $a < r < R$ c'è una densità di momento angolare non nulla di modulo pari a

$$\epsilon_0 \, |\vec{r} \times (\vec{E} \times \vec{B})| = \frac{\mu_0 n I_0 Q}{2\pi L} \, ,$$

diretta in direzione opposta al campo magnetico. Il momento angolare associato al campo all'istante iniziale vale dunque

$$L_{\text{em}} = -\frac{\mu_0 n I_0 Q}{2} (R^2 - a^2) \, ,$$

dove la convenzione di segno è consistente con quella utilizzata sopra per le velocità angolari. All'istante finale (e trascurando termini di ordine Q^2) il momento angolare è posseduto solo dai cilindri rotanti; utilizzando le velocità angolari determinate sopra, questi valgono rispettivamente

$$L_a = I_a \, \omega_a(t_{\text{fin}}) = \frac{1}{2} \, a^2 \, Q \, \mu_0 n \, I_0 \, , \quad L_b = I_b \, \omega_b(t_{\text{fin}}) = -\frac{1}{2} \, R^2 \, Q \, \mu_0 n \, I_0 \, .$$

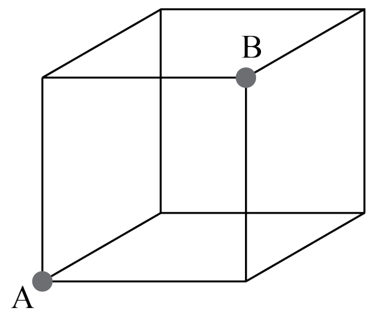
Come si vede

$$L_{\text{em}} = L_a + L_b$$

ed il momento angolare totale si conserva.

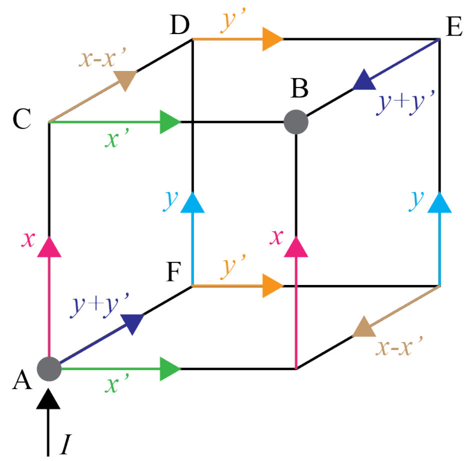
Problema 4.

Un circuito elettrico è formato da 12 resistenze uguali pari a $R = 4\,\mathrm{k\Omega}$, poste lungo gli spigoli di un cubo ed unite tra loro ai vertici. Una batteria ideale è collegata ai vertici opposti A e B di una faccia del cubo come indicato in figura. Calcolare la resistenza effettiva vista dalla batteria.



Soluzione 4.

Una rotazione di 180° nel piano della faccia collegata alla batteria ha l'effetto di scambiare il polo positivo e quello negativo della batteria, e dunque di invertire il verso di tutte le correnti. La configurazione più generale di correnti consistenti con questa simmetria di rotazione e con le ovvie conservazioni delle correnti ai vertici C ed E è quella mostrata in figura, dove x, x', y, y' sono correnti finora incognite.



La simmetria per riflessione attorno alla diagonale che congiunge i vertici A e B implica inoltre che

$$x = x' \quad \text{e} \quad y = y' \, .$$

Si noti che questo è consistente con la conservazione della corrente nel vertice D.

Se I è la corrente fornita dalla batteria, che si suppone entrante in A, la conservazione della corrente in A implica

$$I = 2(x + y) \, . \tag{1}$$

Occorre anche imporre che la somma della cadute di potenziale lungo ogni circuito chiuso si annulli. Si può scegliere come condizione indipendente quella associata alle faccia $BCDE$

$$3y - x = 0 \, . \tag{2}$$

Si verifica che la condizione associata alla faccia $ACDF$ conduce alla stessa equazione. Sostituendo (2) in (1) si trova $I = 8/3\, x$. La differenza di potenziale tra i vertici A e B vale

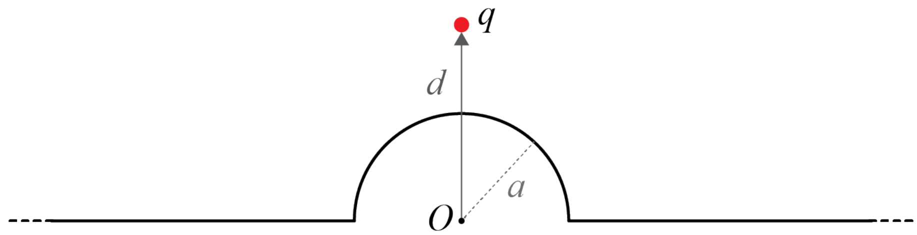
$$V_A - V_B = 2x\, R = \frac{3}{4}\, I\, R \equiv R_{eq}\, I \, ,$$

da cui

$$R_{eq} = \frac{3}{4}\, R = 3\, k\Omega \, .$$

Problema 5.

Un conduttore ha la forma di un piano infinito in cui un disco di raggio a è sostituito dalla superficie della semisfera di uguale raggio (una sezione del conduttore è mostrata in figura). La superficie del conduttore è collegata a terra e una carica puntiforme $q < 0$ è posta ad una distanza d sopra il centro della semisfera, con $d > a$.



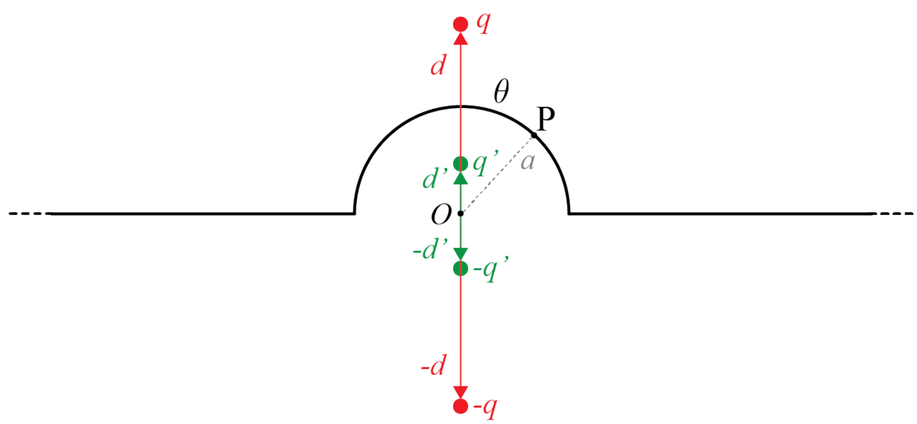
(a) Calcolare la forza che agisce sulla carica q.

(b) Determinare in quali punti della superficie del conduttore la densità superficiale di carica indotta è massima e calcolare il valore del massimo.

(c) Determinare in quali punti della superficie del conduttore la densità superficiale di carica indotta è minima e calcolare il valore del minimo.

Soluzione 5.

La carica q induce una densità di carica superficiale sul conduttore, determinata dalla condizione che il potenziale sia nullo sulla sua superficie. Una configurazione equivalente, dal punto di vista dello spazio esterno al conduttore, si può ottenere piazzando opportune cariche immagine nello spazio interno al conduttore rispetto alla carica esterna. In presenza della sola superficie semisferica, sarebbe sufficiente una carica immagine q' posta ad una distanza d' dal centro della semisfera, lungo l'asse che congiunge il centro con la carica q. Questa configurazione non produrrebbe, però, un potenziale costante sul piano: a questo fine è necessario aggiungere due cariche, $-q'$ e $-q$, poste specularmente a q' e q rispetto al centro delle semisfera. L'aggiunta di queste due cariche non modifica il potenziale sulla semisfera.



(a) Determiniamo i valori di q' e d' richiedendo che il potenziale si annulli sul conduttore. È evidente che il potenziale sia nullo sul piano. Consideriamo un punto P sulla semisfera, posto ad un angolo θ rispetto al polo nord. Siano r_q, $r_{q'}$, $r_{-q'}$ e r_{-q} le distanze tra P e le cariche q, q', $-q'$, $-q$: con considerazioni elementari di geometria si trova

$$r_{\pm q} = \sqrt{a^2 + d^2 \mp 2ad\cos\theta}\,, \quad r_{\pm q'} = \sqrt{a^2 + d'^2 \mp 2ad'\cos\theta}\,.$$

Il potenziale totale nel punto P vale dunque

$$V_P = \frac{k\,q}{r_q} + \frac{k\,q'}{r_{q'}} - \frac{k\,q'}{r_{-q'}} - \frac{k\,q}{r_{-q}}\,;$$

è sufficiente richiedere che la somma dei primi due termini si annulli per ogni θ, poiché gli altri due termini sono ottenuti dai primi cambiando il segno delle cariche e sostituendo $\theta \to \pi - \theta$. Per questo è necessario che

$$q^2(a^2 + d'^2 - 2ad'\cos\theta) = q'^2(a^2 + d^2 - 2ad\cos\theta)\,,$$

che è vera per ogni θ solo se

$$q^2 d' = q'^2 d \quad \text{e} \quad q^2(a^2 + d'^2) = q'^2(a^2 + d^2)\,.$$

Sostituendo la prima condizione nella seconda si arriva ad un'equazione del second'ordine per d':

$$dd'^2 - (a^2 + d^2)d' + a^2 d = 0\,,$$

che ammette le soluzioni $d' = d$ e $d' = a^2/d$, di cui solo la seconda è fisicamente rilevante per il nostro problema. Inoltre il segno della carica immagine q' deve essere opposto a quello di q. Si trova infine

$$q' = -q\,\frac{a}{d}\,, \quad d' = \frac{a^2}{d}\,.$$

La forza che agisce sulla carica q è quella dovuta alle cariche immagini q', $-q'$ e $-q$; il suo modulo vale dunque

$$F = -k\,q\left(\frac{q'}{(d-d')^2} - \frac{q'}{(d+d')^2} - \frac{q}{4d^2}\right) = k\,q^2\left(\frac{4a^3d^3}{(d^4-a^4)^2} + \frac{1}{4d^2}\right)\,,$$

(con $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$), ed è diretta dalla carica q verso il centro della semisfera.
(b) La densità di carica indotta sulla superficie del conduttore vale $\sigma = \epsilon_0\,|\vec{E}|$, dove $|\vec{E}|$ è il modulo del campo elettrico sulla superficie, che può essere calcolato utilizzando le cariche immagini. È evidente che il campo massimo si abbia nel punto della superficie più vicino alla carica q, cioè al polo nord della semisfera; dunque

$$\sigma_{\max} = -\frac{1}{4\pi}\left(\frac{q}{(d-a)^2} - \frac{q'}{(a-d')^2} + \frac{q'}{(a+d')^2} + \frac{q}{(a+d)^2}\right) = -\frac{q}{2\pi}\frac{a^2+3d^2}{(d^2-a^2)^2}\,.$$

(c) È anche ovvio che il campo si annulli nei punti del piano a distanza infinita dal centro della semisfera. Il campo si annulla anche lungo il cerchio di intersezione tra la semisfera ed il piano: infatti il campo elettrico è sempre perpendicolare alla superficie del conduttore, e poiché la direzione perpendicolare non è definita all'intersezione tra piano a semisfera, il campo in quel punto deve essere nullo, come si può verificare col conto esplicito. Dunque la densità di carica è minima, ed uguale a zero, su questo cerchio oltre che all'infinito.

Problema 6.

Due moli di un gas perfetto compiono un ciclo reversibile scambiando in successione calore solo con tre sorgenti ideali a temperatura T_1, T_2 e T_3 con $T_1 > T_2 > T_3$. Nella trasformazione a contatto con il serbatoio alla temperatura T_1 il gas raddoppia il suo volume, come anche nella trasformazione a contatto con T_2.

(a) Disegnare nel piano che abbia per ascissa il volume del gas V e per ordinata la sua pressione p lo schema del ciclo, indicando con A, B, C, D, E, F gli stati iniziali di ogni trasformazione di cui si compone il ciclo. Per ogni trasformazione indicarne le caratteristiche (es. isobara reversibile, adiabatica reversibile, isoterma reversibile, etc.).

Nell'ipotesi in cui $T_1 = 400\,\mathrm{K}$, $T_2 = 300\,\mathrm{K}$ e $T_3 = 100\,\mathrm{K}$, determinare:

(b) Il rapporto r tra il volume finale e quello iniziale nella trasformazione a contatto con il serbatoio a temperatura T_3.

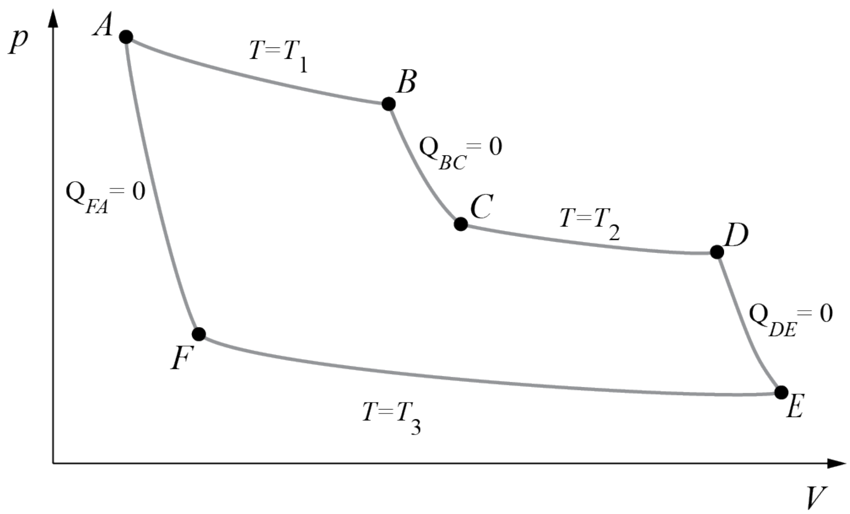
(c) Il lavoro W prodotto in un ciclo dal gas.

(d) Il rendimento η del ciclo.

[Si tenga presente che $\int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{x} = \ln \frac{x_2}{x_1}$. Si approssimi la costante dei gas R e $\ln(2)$ rispettivamente con $R \approx 8\,\mathrm{J\,K^{-1}\,mol^{-1}}$ e $\ln(2) \approx 0.7$.]

Soluzione 6.

(a) Il ciclo viene così rappresentato:



Il gas scambia calore solo con le sorgenti (ideali) che si trovano a temperatura costante. Quindi nel piano $p-V$ gli scambi di calore si hanno in corrispondenza di tre isoterme alle temperature T_1, T_2, T_3. Pertanto:

- AB: isoterma reversibile alla temperatura T_1 della sorgente '1'.
- BC: adiabatica reversibile.
- CD: isoterma reversibile alla temperatura T_2 della sorgente '2'.
- DE: adiabatica reversibile.
- EF: isoterma reversibile alla temperatura T_3 della sorgente '3'.

(b) In una qualunque trasformazione chiusa la variazione di entropia ΔS_{ciclo} è nulla. Inoltre la variazione di entropia lungo ogni trasformazione adiabatica è anch'essa nulla dato che sull'adiabatica non si ha scambio di calore. Pertanto:

$$\Delta S_{\text{ciclo}} = \frac{Q_{AB}}{T_1} + \frac{Q_{CD}}{T_2} + \frac{Q_{EF}}{T_3} = 0$$

I calori sono tutti scambiati lungo trasformazioni isoterme dove la variazione di energia ΔU è nulla. Quindi i calori scambiati si esprimono in termini del lavoro W del gas compiuto su una trasformazione isoterma. Dato che tutte le trasformazioni sono reversibili e il gas è ideale, si ha:

$$Q_{AB} = W_{AB} = \int_A^B p dV = \int_A^B nRT_1 \frac{dV}{V} = nRT_1 \int_A^B \frac{dV}{V} = nRT_1 \ln \frac{V_B}{V_A}$$

Pertanto:

$$
\begin{aligned}
\Delta S_{\text{ciclo}} &= nR\ln\frac{V_B}{V_A} + nR\ln\frac{V_D}{V_C} + nR\ln\frac{V_F}{V_E} \\
&= nR\ln(2) + nR\ln(2) + nR\ln(r) = 0
\end{aligned} \tag{3}
$$

da cui:

$$
r = 1/4
$$

(c) Dato che la variazione di energia su una trasformazione chiusa è nulla, per il lavoro totale prodotto dal gas sul ciclo si ha:

$$
\begin{aligned}
W_{\text{tot}} = Q_{\text{tot}} = &= nRT_1\ln\frac{V_B}{V_A} + nRT_2\ln\frac{V_D}{V_C} + nRT_3\ln\frac{V_F}{V_E} = \\
&= nRT_1\ln(2) + nRT_2\ln(2) + nRT_3\ln(1/4) \approx 5600 \text{ J}
\end{aligned} \tag{4}
$$

(d) Il rendimento sul ciclo è per definizione dato dal lavoro totale prodotto dal gas in rapporto al calore assorbito:

$$
\eta = \frac{W_{\text{tot}}}{Q_{\text{ass}}} = \frac{W}{Q_{AB} + Q_{CD}} = \frac{W}{nRT_1\ln(2) + nRT_2\ln(2)} \approx 0.7
$$